il valor *%ero,* poiché il luogo corrispondente a questa ipotesi, essendo rappresentato nel piano ausiliare da una retta esterna al cerchio limite, cade tutto nelle regioni ideali della superficie.

Quando invece il centro è ideale, la nozione del raggio geodetico manca, ma la costante C può ricevere il valor *%ero,* perché l'equazione risultante

$$u\, u_0 - v\, V_Q = o$$

rappresenta, sul piano ausiliare, una corda del cerchio-limite e precisamente la polare del punto esterno $(u_0, \hat{}_0)$. Quest'equazione definisce una geodetica reale della superficie : possiamo dunque concludere che fra le infinite circonferenze geodetiche aventi lo stesso centro ideale esiste sempre una (ed una sola) geodetica reale, talché le circonferenze geodetiche a centro ideale si possono anche definire come curve parallele (geodeticamente) alle geodetiche reali. Quest'ultima proprietà venne notata già dal sig. BATTAGLIMI, con diverso linguaggio *). Si vede dunque che mentre sulla superficie sferica i due concetti di « circonferenza geodetica » e di « curva parallela ad una linea geodetica» coincidono perfettamente fra loro, sulla superficie pseudosferica invece presentano una differenza, procedente dalla realità od idealità del centro.

Poiché ogni circonferenza geodetica a centro ideale o equidistante in tutti i suoi punti da una geodetica determinata, supponiamo che questa sia la stessa v = o, ciò che è sempre lecito, e chiamiamo £ la distanza geodetica del punto (//., i;) da questa fondamentale. Questa distanza è misurata sopra una delle geodetiche del sistema u = cost. ed è data dalla formoli

g = Aloa^?ZZ±JL
2 ° y~f i_ w> _ v

Supponendo £ costante, si ha di qui l'equazione fra n e v di una qualunque delle circonferenze geodetiche che hanno il centro nel punto ideale di concorso di tutte le geodetiche normali alla v = o.

Chiamiamo •/) Parco della geodetica v = o compreso fra l'origine e la normale £ :

il suo valore è dato da

R , *a* -f *u*
V) = — log! —
2

Dalle due equazioni qui scritte si

trae

*) Giornale di Matematiche, voi. V (1867), pag. 228.